



Katharina Lambert

# Rechenschwäche

Grundlagen, Diagnostik und Förderung

# Rechenschwäche



# Rechenschwäche

Grundlagen, Diagnostik und Förderung

von

Katharina Lambert

HOGREFE



GÖTTINGEN · BERN · WIEN · PARIS · OXFORD · PRAG  
TORONTO · BOSTON · AMSTERDAM · KOPENHAGEN  
STOCKHOLM · FLORENZ · HELSINKI

*Dr. Katharina Lambert*, geb. 1980. 2000-2006 Studium der Psychologie in Heidelberg. 2007-2009 Tätigkeit als Dyskalkulietherapeutin. Seit 2009 wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Pädagogische Psychologie der Universität Heidelberg. 2011 Promotion. Seit 2012 wissenschaftliche Mitarbeiterin in der Abteilung Empirische Bildungsforschung und Pädagogische Psychologie der Universität Tübingen. Forschungsschwerpunkte: Rechenschwäche und Einflussfaktoren mathematischer Kompetenzen auf die schulische, berufliche und psychosoziale Entwicklung von Kindern und Jugendlichen.

© 2015 Hogrefe Verlag GmbH & Co. KG  
Göttingen • Bern • Wien • Paris • Oxford • Prag • Toronto • Boston  
Amsterdam • Kopenhagen • Stockholm • Florenz • Helsinki  
Merkelstraße 3, 37085 Göttingen

**<http://www.hogrefe.de>**

Aktuelle Informationen • Weitere Titel zum Thema • Ergänzende Materialien

**Copyright-Hinweis:**

Das E-Book einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar.

Der Nutzer verpflichtet sich, die Urheberrechte anzuerkennen und einzuhalten.

---

Umschlagabbildung: © Christian Schwier – Fotolia.com  
Satz: ARThür Grafik-Design & Kunst, Weimar  
Format: PDF

ISBN 978-3-8409-2620-4

### **Nutzungsbedingungen:**

Der Erwerber erhält ein einfaches und nicht übertragbares Nutzungsrecht, das ihn zum privaten Gebrauch des E-Books und all der dazugehörigen Dateien berechtigt.

Der Inhalt dieses E-Books darf von dem Kunden vorbehaltlich abweichender zwingender gesetzlicher Regeln weder inhaltlich noch redaktionell verändert werden. Insbesondere darf er Urheberrechtsvermerke, Markenzeichen, digitale Wasserzeichen und andere Rechtsvorbehalte im abgerufenen Inhalt nicht entfernen.

Der Nutzer ist nicht berechtigt, das E-Book – auch nicht auszugsweise – anderen Personen zugänglich zu machen, insbesondere es weiterzuleiten, zu verleihen oder zu vermieten.

Das entgeltliche oder unentgeltliche Einstellen des E-Books ins Internet oder in andere Netzwerke, der Weiterverkauf und/oder jede Art der Nutzung zu kommerziellen Zwecken sind nicht zulässig.

Das Anfertigen von Vervielfältigungen, das Ausdrucken oder Speichern auf anderen Wiedergabegeräten ist nur für den persönlichen Gebrauch gestattet. Dritten darf dadurch kein Zugang ermöglicht werden.

Die Übernahme des gesamten E-Books in eine eigene Print- und/oder Online-Publikation ist nicht gestattet. Die Inhalte des E-Books dürfen nur zu privaten Zwecken und nur auszugsweise kopiert werden.

Diese Bestimmungen gelten gegebenenfalls auch für zum E-Book gehörende Audiodateien.

### **Anmerkung:**

Sofern der Printausgabe eine CD-ROM beigelegt ist, sind die Materialien/Arbeitsblätter, die sich darauf befinden, bereits Bestandteil dieses E-Books.

# Inhalt

<b>Einleitung</b> .....	9
<b>1 Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen</b> .....	13
1.1 Präverbales Verständnis von Mengen und ihre Beziehungen ....	14
1.1.1 Tierisches Zahlverständnis .....	14
1.1.2 Präverbales Mengenverständnis bei Babys .....	15
1.2 Entwicklung von Zählfertigkeiten bei Klein- und Vorschul- kindern .....	23
1.3 Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Kleinkind- und Vorschulalter .....	29
1.4 Vom zählenden Rechnen zum arithmetischen Faktenwissen ....	35
1.5 Modelle der Zahlenverarbeitung .....	39
1.5.1 Modell der Zahlenverarbeitung und des Rechnens (McCloskey, Caramazza & Basili, 1985) .....	39
1.5.2 Triple-Code-Modell (Dehaene, 1992) .....	40
1.6 Theorien und Modelle der Entwicklung mathematischer Kompetenzen .....	41
1.6.1 Die Entwicklung des Zahlbegriffs nach Piaget .....	42
1.6.2 Ein Vier-Stufen-Entwicklungsmodell der Zahlenverar- beitung (von Aster, Kucian, Schweiter & Martin, 2005) ..	47
1.6.3 Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung (Fritz, Ricken & Gerlach, 2007) .....	48
1.6.4 Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompe- tenzen (Krajewski, 2003) .....	49
<b>2 Rechenschwäche – Definition, Ursachen, Diagnostik     und Prognose</b> .....	54
2.1 Definition und Diagnosestellung .....	54
2.1.1 Diagnosekriterien der Weltgesundheitsorganisation WHO .....	54
2.1.2 Response-to-Intervention-Kriterium .....	62
2.1.3 Diagnosekriterien des Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders (DSM-5) .....	63
2.2 Begrifflichkeiten .....	66
2.3 Prävalenz .....	67
2.4 Komorbiditäten .....	68
2.5 Ursachen .....	73
2.5.1 Genetische Grundlagen .....	74

2.5.2	Neurowissenschaftliche Grundlagen .....	77
2.5.3	Kognitive Grundlagen .....	80
2.5.3.1	Arbeitsgedächtnis .....	81
2.5.3.2	Kognitive Repräsentation von Mengen und Zahlen .....	86
2.5.3.3	Visuell-räumliche Verarbeitung .....	94
2.5.3.4	Weitere exekutive Funktionen .....	96
2.5.4	Weitere Einflussfaktoren .....	99
2.5.4.1	Prüfungs- und Rechenangst .....	99
2.5.4.2	Emotionale und Verhaltensprobleme .....	102
2.5.4.3	Fähigkeitsselbstkonzept und Selbstwirksamkeit ..	106
2.6	Symptomatik .....	109
2.6.1	Defizite in den Zählfunktionen .....	111
2.6.2	Defizite im Transkodieren von Zahlwörtern und arabischen Zahlencodes .....	112
2.6.3	Defizite in arithmetischen Kompetenzen .....	112
2.6.4	Defizite im Lösen von Textaufgaben .....	114
2.6.5	Defizite bei der Einordnung von Zahlen auf dem Zahlenstrahl .....	115
2.6.6	Defizite im Approximate Number System .....	116
2.6.7	Defizite beim Erlernen der Uhr .....	116
2.6.8	Geometrie und Maßeinheiten .....	118
2.7	Diagnostik .....	119
2.7.1	Mathematikleistungstest und/oder Dyskalkulietest .....	121
2.7.1.1	Schulleistungstests .....	126
2.7.1.2	„Dyskalkulie-Tests“ .....	131
2.7.2	Intelligenztests .....	136
2.7.2.1	Grundintelligenztest Skala 1 (CFT 1-R) und Skala 2 (CFT-20-R) .....	136
2.7.2.2	Wechsler Intelligence Scale for Children – fourth edition (WISC-IV) .....	138
2.7.3	Lese-Rechtschreibtests .....	140
2.7.4	Arbeitsgedächtnis, Aufmerksamkeit/Konzentration und visuell-räumliche Wahrnehmung .....	141
2.7.5	Psychische Gesundheit .....	141
2.7.5.1	Depressions-Inventar für Kinder und Jugend- liche (DIKJ) .....	142
2.7.5.2	Angstfragebogen für Schüler (AFS) .....	142
2.7.5.3	Child Behavior Checklist (CBCL) .....	142
2.7.5.4	Fragebogen für Rechenangst (FRA) .....	143
2.7.5.5	Die Mathematikangst-Ratingskala für vierte bis sechste Klassen (MARS 4-6) .....	144



2.8	Subtypen .....	145
2.9	Prognose .....	148
<b>3</b>	<b>Prävention .....</b>	<b>154</b>
3.1	Frühe mathematische Basiskompetenzen und ihr Zusammen- hang mit Mathematikleistung .....	154
3.1.1	Number Sense .....	154
3.1.2	Mathematische Basiskompetenzen: Stand der Forschung .....	157
3.1.3	Mathematische Basiskompetenzen und Rechen- schwäche .....	162
3.2	Diagnostik früher mathematischer Basiskompetenzen .....	163
3.3	Präventionsprogramme .....	166
3.3.1	Mengen, zählen, Zahlen .....	169
3.3.2	Komm ins Zahlenland .....	175
3.3.3	Mina und der Maulwurf .....	178
<b>4</b>	<b>Förderung und Intervention .....</b>	<b>183</b>
4.1	Zum Stand der Interventionsforschung .....	184
4.2	Allgemeine Forderungen an die mathematische Förderung .....	192
4.3	Darstellungsmittel .....	195
4.3.1	Cuisenaire Stäbe .....	198
4.3.2	DIENES-Material .....	199
4.3.3	Die Hundertertafel .....	200
4.3.4	Rechenschieber (Abakus) .....	200
4.3.5	Zahlenstrahl .....	200
4.3.6	Kühnelse Zahlenbilder .....	202
4.3.7	Wassergläser .....	203
4.3.8	Fingerzählen/Fingerrepräsentation .....	205
4.4	Nachhilfe .....	207
4.5	Förderprogramme und -einrichtungen .....	209
4.5.1	Förderprogramme .....	212
4.5.1.1	Kieler Zahlenbilder .....	212
4.5.1.2	Dortmunder Zahlbegriffstraining .....	214
4.5.1.3	Kalkulie .....	216
4.5.1.4	MARKO-T: Mathematik- und Rechenkonzepte im Vor- und Grundschulalter – Training .....	220
4.5.1.5	Wasserglasmethode® .....	225
4.5.1.6	Zahlenrennen .....	230
4.5.1.7	Rechenspiele mit Elfe und Mathis I .....	232
4.5.2	Fördereinrichtungen .....	234

4.5.2.1	Gemeinsamkeiten .....	234
4.5.2.2	Kriterien zur Auswahl von Fördereinrichtungen .....	235
<b>5</b>	<b>Rechtliche Aspekte</b> .....	246
5.1	Schulrechtliche Regelungen in Deutschland .....	246
5.1.1	Verwaltungsvorschriften und Erlasse der Bundesländer ..	246
5.1.1.1	Diagnosestellung .....	248
5.1.1.2	Nachteilsausgleich .....	250
5.1.1.3	Notenschutz .....	252
5.1.1.4	Förderung .....	253
5.1.2	Legasthenie und Dyskalkulie als Behinderung? .....	255
5.2	Gesetzliche Rahmenbedingungen zur Finanzierung außerschulischer Rechentherapien .....	257
5.2.1	§ 35a SGB VIII .....	257
5.2.2	Diagnosestellung .....	260
5.2.3	Die Rolle der Jugendämter .....	261
	<b>Literatur</b> .....	263
	<b>Adressen</b> .....	291

# Einleitung

„Die Herausforderung des schulischen Lernens besteht darin, dass durchschnittlich begabte Schüler in wenigen Jahren Inhalte erwerben müssen, an deren Entwicklung hochbegabte Wissenschaftler über mehrere Jahrhunderte gearbeitet haben.“ (Stern, 2005, S. 139).

Mathematische Konzepte und Verfahren, die uns heute so einfach und einleuchtend erscheinen, wurden über die Jahrhunderte mühsam entwickelt und verfeinert. Eine einfache Additionsaufgabe kostete die Römer nicht nur viel Zeit, sondern auch ein hohes Maß an Abstraktionsfähigkeit, da ihr Zahlensystem lediglich dafür gedacht war, *ein* Ergebnis zu notieren, keine Zwischenergebnisse. Nur sehr gebildete Menschen konnten unter Zuhilfenahme von Steinchen oder einer Form des Abakus Rechnungen in höheren Zahlenräumen durchführen (vgl. Menninger, 1979). Die Entwicklung der Ziffer 0 als Teil des Positionssystems (etwa 2. Jh. n. Chr.) kann als Durchbruch der arabischen Mathematik angesehen werden (vgl. Haarmann, 2008). Ein Konzept, das uns heute ganz intuitiv logisch erscheint. Wäre die 0 nicht erfunden worden und hätten nicht Mathematiker über einen Zeitraum von mehreren Jahrhunderten dafür gesorgt, dass wir vom Zahlensystem der Römer zu dem der indisch-arabischen Welt wechselten (ab ca. 10. Jh.), so wäre die Entwicklung der modernen Mathematik nie möglich gewesen. Wir wären heute nicht in der Lage Autos zu bauen oder das Internet zu nutzen, wir könnten noch nicht einmal eine einfache schriftliche Addition durchführen (vgl. Haarmann, 2008).

Wenn man sich dies vor Augen führt, verwundert es kaum, dass es Menschen gibt, für die die Welt der Mathematik trotz guter intellektueller Voraussetzungen weitgehend verschlossen bleibt. Während das Phänomen des Nicht-Lesen-oder-Schreiben-Könnens und die Förderung dieser Kompetenzen in den letzten Jahrzehnten viel Aufmerksamkeit erhalten haben, wurde die Rechenschwäche bisher vergleichsweise wenig erforscht, insbesondere der Bereich der Ursachenforschung und Förderung. Dies steht in einem drastischen Widerspruch zu der heutigen Wissensgesellschaft, in der mathematische Kompetenzen zur Bewältigung des Alltags und im beruflichen Kontext unabdingbar sind.

Von früher Kindheit an ist unser Alltag heute von mathematischen Anforderungen durchdrungen. Ein Kindergartenkind ist möglicherweise nicht in der Lage, die Anzahl von Gummibärchen, die es aus einer Tüte herausnehmen darf, richtig abzuzählen; ein Grundschulkind, das von seiner Mutter eine 1 €-Münze zum Kauf einer Süßigkeit bekommen hat, wird möglicherweise das Unterfangen frustriert aufgeben, da es nicht versteht, dass das Preisschild mit der Zahl 0,99 € bedeutet, dass dies ein Betrag unter einem Euro ist, da er ja nach viel mehr aus-

sieht. Ein Erwachsener schafft es an der Supermarktkasse nicht, den richtigen Betrag aus dem Geldbeutel herauszusuchen ...

Diese Liste könnte endlos weitergeführt werden. Umso wichtiger ist es, Kinder, denen grundlegendes mathematisches Basiswissen fehlt bzw. die dieses nicht entwickeln, rechtzeitig zu erkennen und zu fördern. Im Schulkontext werden Kinder, die große Schwierigkeiten beim Erwerb arithmetischer Fähigkeiten haben, leider immer wieder als dumm oder faul stigmatisiert. Durch kontinuierliches Üben und Wiederholen werden jedoch meist nur geringe oder kurzfristige Erfolge erzielt. Da bisher nicht an allen Grundschulen zusätzliche Fördermöglichkeiten speziell für rechenschwache Kinder angeboten werden oder diese häufig auch nicht ausreichen, wenden sich viele Eltern an kommerzielle Therapie- und Nachhilfeeinrichtungen. Dies ist mitunter mit einer hohen finanziellen Belastung verbunden. Viel zu wenig ist jedoch nach wie vor über die Wirksamkeit der zahlreichen Förderprogramme und Methoden bekannt.

Das vorliegende Buch soll einen Überblick über das breite Themenfeld der Rechenschwäche geben und dabei Forschung und Praxis miteinander verknüpfen. Zunächst wird ein Überblick über die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Säuglings- und Kleinkindalter gegeben und verschiedene Theorien zur Zahlenverarbeitung und Zahlbegriffsentwicklung vorgestellt. Anschließend wird das Phänomen Rechenschwäche ausführlich beleuchtet und die teilweise widersprüchlichen Forschungsergebnisse thematisiert und diskutiert. Neben der Schwierigkeit bei Definition und Diagnostik von Rechenschwäche werden auch die ätiologischen Grundlagen der Rechenschwäche beschrieben. Aus diesen und aus der Praxis werden anschließend Symptome abgeleitet, die bei einer Rechenschwäche häufig auftreten. Fallbeispiele verbinden den theoretischen Rahmen mit der Praxis.

In den nachfolgenden Kapiteln wird auf Erkenntnisse und Methoden der Prävention und Förderung bei Rechenschwäche eingegangen. Dabei werden einige Frühförder- und Förderprogramme vorgestellt, die in schulischer und außerschulischer Förderung eingesetzt werden bzw. werden können. Außerdem wird die Praxis der außerschulischen Förderung unter die Lupe genommen. Zum Schluss wird noch ein Überblick über die schul- und sozialrechtliche Situation in Deutschland gegeben.

Viele Fragen werden unbeantwortet bleiben müssen, da die Forschungslücken und Widersprüchlichkeiten noch immer groß sind. Manche Unklarheiten können nicht aufgelöst werden. Auch kann es für Prävention und Förderung keine Anleitung zum „Richtigmachen“ geben, denn so unterschiedlich die Kinder sind, so unterschiedlich werden auch die Förderansätze auf individueller Ebene sein müssen. „Den optimalen Weg“ gibt es bisher nicht und wird es wohl auch nicht geben, auch wenn eine Reihe von Ratgebern dies suggerieren mag. Das vorlie-

---

gende Buch bietet hier einen kritischen und umfassenden Überblick darüber, was Rechenschwäche ist, wie man sie feststellt und welche Möglichkeiten es gibt, betroffene Kinder zu unterstützen. Das Buch richtet sich dabei an Psychologen, Dyskalkulietherapeutinnen und -therapeuten, Lehrerinnen und Lehrer, Pädagoginnen und Pädagogen, Ärztinnen und Ärzte, Erzieherinnen und Erzieher, aber auch an Eltern und Studierende, die mit betroffenen Kindern und deren Familien zu tun haben. Durch die besondere Mischung aus Lehr- und Praxisbuch eignet sich *Rechenschwäche – Grundlagen, Diagnostik, Förderung* hervorragend zum Selbststudium und zur Weiterbildung.